

## Determinação da Posição de Equilíbrio em Mancais Hidrodinâmicos Cilíndricos usando o Algoritmo de Evolução Diferencial

### *Determination of Equilibrium Position in Cylindrical Hydrodynamic Bearings using Differential Evolution*

Jefferson Silva Barbosa<sup>1</sup>, Fran Sérgio Lobato<sup>2</sup>, Leonardo Campanine Sicchieri<sup>3</sup>, Aldemir Ap. Cavalini Jr<sup>4</sup>, Valder Steffen Jr<sup>5</sup>

#### RESUMO

Mancais hidrodinâmicos são dispositivos mecânicos responsáveis pela sustentação de eixos de máquinas rotativas, sendo de grande interesse no meio industrial. Estes visam diminuir o atrito entre duas peças metálicas em movimento através da formação de um filme óleo. A determinação da posição de equilíbrio do eixo rotativo nestes dispositivos consiste na solução de um problema de otimização composto por um sistema de equações diferenciais parciais que representa os campos de pressão e temperatura do filme de óleo. A presente contribuição tem por objetivo propor uma metodologia para determinar a posição de equilíbrio de um eixo rotativo suportado por um mancal hidrodinâmico cilíndrico utilizando o algoritmo de otimização Evolução Diferencial. Para essa finalidade, dois modelos distintos para análise de mancal hidrodinâmico são usados: o modelo hidrodinâmico (análise isotérmica) e o modelo termohidrodinâmico, no qual os efeitos térmicos são considerados na análise.

**Palavras-chave:** Mancais hidrodinâmicos. Modelo termohidrodinâmico. Otimização. Evolução Diferencial.

#### ABSTRACT

Hydrodynamic bearings are mechanical devices used to support shafts of rotating machines, being of great interest in the industrial context. These systems can reduce the friction between two moving metal parts through the use of a lubricating fluid. The shaft equilibrium position on the bearing is determined by solving a typical optimization problem subject to partial differential equations, which represents pressure and temperature fields on the lubricating fluid. The present contribution aims to propose a methodology to determine the equilibrium position of a shaft supported by cylindrical hydrodynamic bearings. In this case, the Differential Evolution algorithm is applied. For this aim, two distinct models for hydrodynamic bearings are used, namely hydrodynamic model (isothermal analysis) and the thermohydrodynamic model, in which the thermal effects are considered in the analysis.

**Keywords:** Hydrodynamic bearings. Thermohydrodynamic model. Optimization. Differential Evolution.

<sup>1</sup> Acadêmico do curso de Doutorado em Engenharia Mecânica da Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia-MG.

E-mail: [jsbarbosa@ufu.br](mailto:jsbarbosa@ufu.br)

<sup>2</sup> Professor Adjunto da Faculdade de Engenharia Química, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia-MG.

<sup>3</sup> Acadêmico do curso de Mestrado em Engenharia Mecânica da Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia-MG.

<sup>4</sup> Professor Adjunto da Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia-MG.

<sup>5</sup> Professor Titular da Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia-MG.

## 1. INTRODUÇÃO

A utilização de técnicas de simulação computacional em sistemas rotativos configura uma área de grande importância em diferentes campos da ciência e engenharia. Isto se deve, entre outros fatores, a sua aplicabilidade na análise e no projeto dos elementos que representam os fenômenos físicos envolvidos, bem como o tratamento de sistemas multifísicos. Além disso, diante de um mercado cada vez mais competitivo, a busca por sistemas mais eficientes e, conseqüentemente, mais rentáveis, motivam as pesquisas relacionadas à redução das manutenções corretivas em detrimento das técnicas preditivas. Neste caso, o comportamento dinâmico de máquinas é analisado durante a operação, reduzindo assim os riscos de falhas catastróficas (BARBOSA, 2018).

Segundo Meggiolaro (1996), em muitas situações a obtenção de resultados experimentais, bem como a extração de informações diretamente a partir dos sinais medidos, configuram procedimentos com alto custo e que podem apresentar dificuldades de medidas.

Dentre estes sistemas de interesse na engenharia mecânica, os mancais constituem um dos subsistemas mais críticos de um rotor. Sua influência sobre o desempenho, vida útil e segurança da máquina não pode ser ignorada. Segundo Vance et al. (2010), muitos dos problemas enfrentados em sistemas rotativos podem ser atribuídos à concepção e aplicação dos mancais. Mesmo para equipamentos em operação, a alteração/modificação dos mancais representa um dos meios mais eficazes, diretos e econômicos para melhorar o desempenho dinâmico do sistema. Devido à alta capacidade de carga, os mancais hidrodinâmicos são comumente utilizados em máquinas rotativas de grande porte, sendo, por exemplo, utilizados em unidades geradoras de usinas hidroelétricas.

É importante ressaltar que, devido à presença do filme de óleo, o efeito do amortecimento em mancais hidrodinâmicos é mais acentuado do que em mancais de rolamento, o que é benéfico em máquinas que passam por velocidades críticas durante partidas e paradas. Estes mancais operam em um regime dito hidrodinâmico, já que a formação do filme de óleo que separa o eixo do mancal não depende da introdução do fluido sobre pressão (MEGGIOLARO, 1996). A pressão no filme é obtida pelo movimento entre as duas superfícies (formação de uma cunha convergente de bombeamento) a uma velocidade suficiente para separá-las, tendo em vista o carregamento aplicado.

Os estudos teóricos de Reynolds (1886) resultaram em um modelo matemático no qual o campo de pressão do fluido pode ser determinado considerando a temperatura e a

viscosidade constantes no filme de óleo. Esta abordagem é conhecida na literatura como modelo hidrodinâmico (HD).

Entretanto, devido ao cisalhamento das camadas do fluido, parte da energia cinética é transformada em energia térmica, que por sua vez resulta na elevação da temperatura do fluido. Assim, para se obter um modelo mais representativo do mancal é preciso considerar a variação da viscosidade do fluido, visto que o valor desta propriedade pode ser reduzido com o aumento da temperatura. Esta abordagem na qual os efeitos térmicos são incorporados ao cálculo das forças de sustentação nos mancais hidrodinâmicos denomina-se modelo termohidrodinâmico (THD).

O modelo matemático que descreve os campos de pressão e temperatura é composto por equações diferenciais parciais (EDPs) cujas soluções são possíveis por meio da aplicação de métodos numéricos, sendo o Método dos Volumes Finitos (MVF) um dos mais empregados para a análise de sistemas dinâmicos (MALISKA, 2004). Por meio da implementação do modelo matemático, os campos de pressão, temperatura e viscosidade podem ser determinados, permitindo assim o cálculo da posição de equilíbrio do eixo, isto é, a posição na qual força hidrodinâmica se equilibra ao carregamento externo aplicado ao eixo.

Diante do que foi apresentado, o objetivo do presente trabalho é o desenvolvimento de uma metodologia para determinar a condição de equilíbrio de mancais hidrodinâmicos cilíndricos considerando os modelos hidrodinâmico e termohidrodinâmico. Para isso, o algoritmo de Evolução Diferencial (ED) é utilizado. Este trabalho está estruturado como segue. A seção 2 apresenta a modelagem matemática para mancais hidrodinâmicos cilíndricos, bem como seu processo de discretização para a solução do sistema resultante. Na seção 3 são apresentados os conceitos básicos sobre o algoritmo ED. Já na seção 4 são apresentados os resultados obtidos. Finalmente, as conclusões e sugestões para trabalhos futuros são apresentadas na última seção deste trabalho.

## 2. MODELO MATEMÁTICO PARA MANCAIS HIDRODINÂMICOS CILÍNDRICOS

A Figura 1 mostra o modelo físico de um mancal hidrodinâmico cilíndrico destacando os principais parâmetros geométricos. Neste trabalho, as forças hidrodinâmicas de sustentação são determinadas segundo a metodologia descrita por Barbosa (2018).

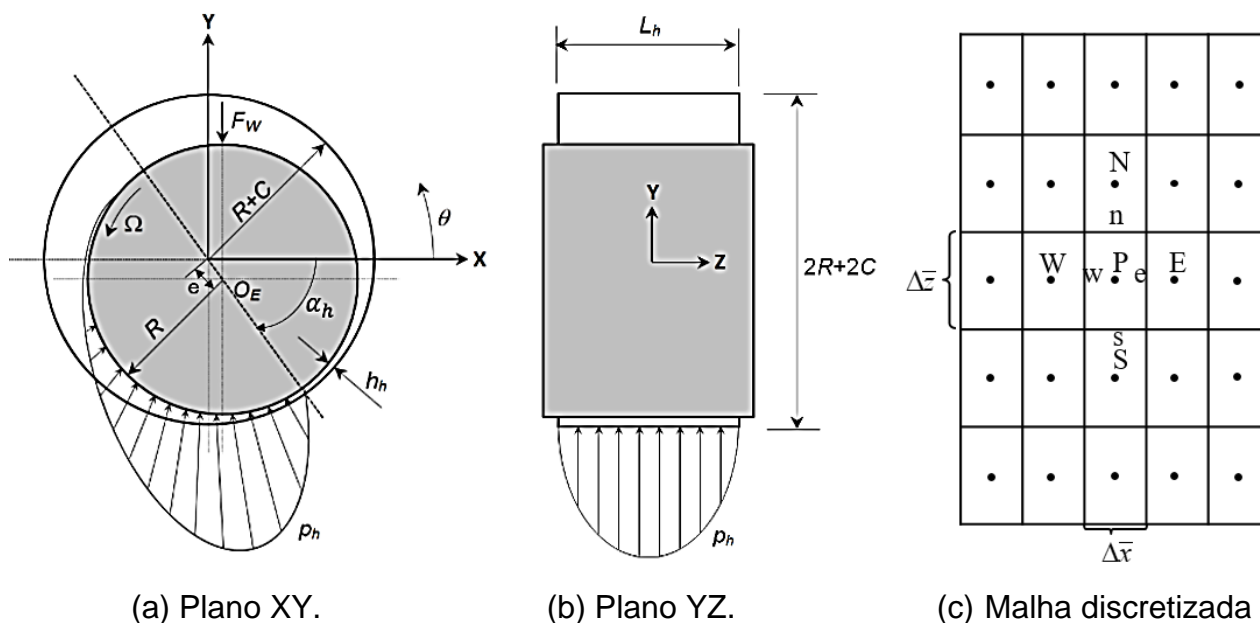


Figura 1: Modelo físico do mancal hidrodinâmico cilíndrico.

A Eq. (1) apresenta a equação de Reynolds modificada na sua forma adimensional.

$$\left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \frac{\partial}{\partial \bar{X}} \left( \bar{F}_2 \bar{h}_h^3 \frac{\partial \bar{p}_h}{\partial \bar{X}} \right) + \left(\frac{R}{L_h}\right)^2 \frac{\partial}{\partial \bar{Z}} \left( \bar{F}_2 \bar{h}_h^3 \frac{\partial \bar{p}_h}{\partial \bar{Z}} \right) = \left(\frac{1}{2\pi}\right) \frac{\partial}{\partial \bar{X}} \left[ \bar{h}_h \left( 1 - \frac{\bar{F}_1}{\bar{F}_0} \right) \right] + \frac{\partial \bar{h}_h}{\partial \bar{t}} \quad (1)$$

em que  $\bar{x} = x/2\pi R$  e  $\bar{z} = z/L_h$  são as coordenadas adimensionais ao longo das direções  $X$  e  $Z$  respectivamente,  $R$  é o raio do eixo,  $L_h$  é o comprimento do mancal,  $C$  é a folga radial do mancal,  $e$  é a excentricidade (deslocamento radial do centro do eixo  $O_E$  em relação ao centro do mancal),  $\alpha_h$  é o ângulo que define a posição de equilíbrio,  $\Omega$  a velocidade de rotação do eixo,  $\bar{\mu} = \mu/\mu_0$  é a viscosidade adimensional do óleo ( $\mu_0$  é a viscosidade de referência),  $\bar{p}_h = p_h(x,z)/(\mu_0 \Omega R/C)$  é a distribuição de pressão no mancal (adimensional),  $\bar{t} = \Omega t$  é a coordenada temporal adimensional e  $\bar{h}_h = 1 - \bar{x}_R \cos \theta - \bar{y}_R \sin \theta$  é a espessura adimensional do filme de óleo, na qual  $\bar{x}_R$  e  $\bar{y}_R$  são coordenadas adimensional do centro do eixo, obtidas a partir de  $\bar{x}_R = E \cos \alpha_h$  e  $\bar{y}_R = -E \sin \alpha_h$ , onde  $E = e/C$ . Aplicando o MVF na Eq. (1) (integração da Eq. (1) em um volume de controle genérico), pode-se obter a seguinte relação:

$$C_P \bar{p}_{hP} + C_E \bar{p}_{hE} + C_W \bar{p}_{hW} + C_N \bar{p}_{hN} + C_S \bar{p}_{hS} = B_P \quad (2)$$

Para obtenção do campo de pressão, a Eq. (2) é considerada para cada um dos elementos da malha discretizada (volume de controle). Devido as características do sistema original, o mesmo pode ser representado na forma linear, onde  $\bar{\mathbf{p}}_h$  representa um vetor contendo as pressões no centro de cada um dos elementos,  $\mathbf{C}$  é a matriz dos coeficientes e  $\mathbf{B}_p$  representa os termos fonte de cada um dos elementos, cuja solução pode ser obtida de forma direta (Eq. (3)).

$$\bar{\mathbf{p}}_h = \mathbf{C}^{-1} \cdot \mathbf{B}_p \quad (3)$$

A distribuição de temperatura no filme de óleo pode ser determinada por meio da equação da energia na sua forma bidimensional aplicada a um fluido incompressível (Eq. (4)), visto que a transferência de calor no mancal ocorre predominantemente na direção radial, podendo-se desprezar a transferência na direção axial (DANIEL, 2012).

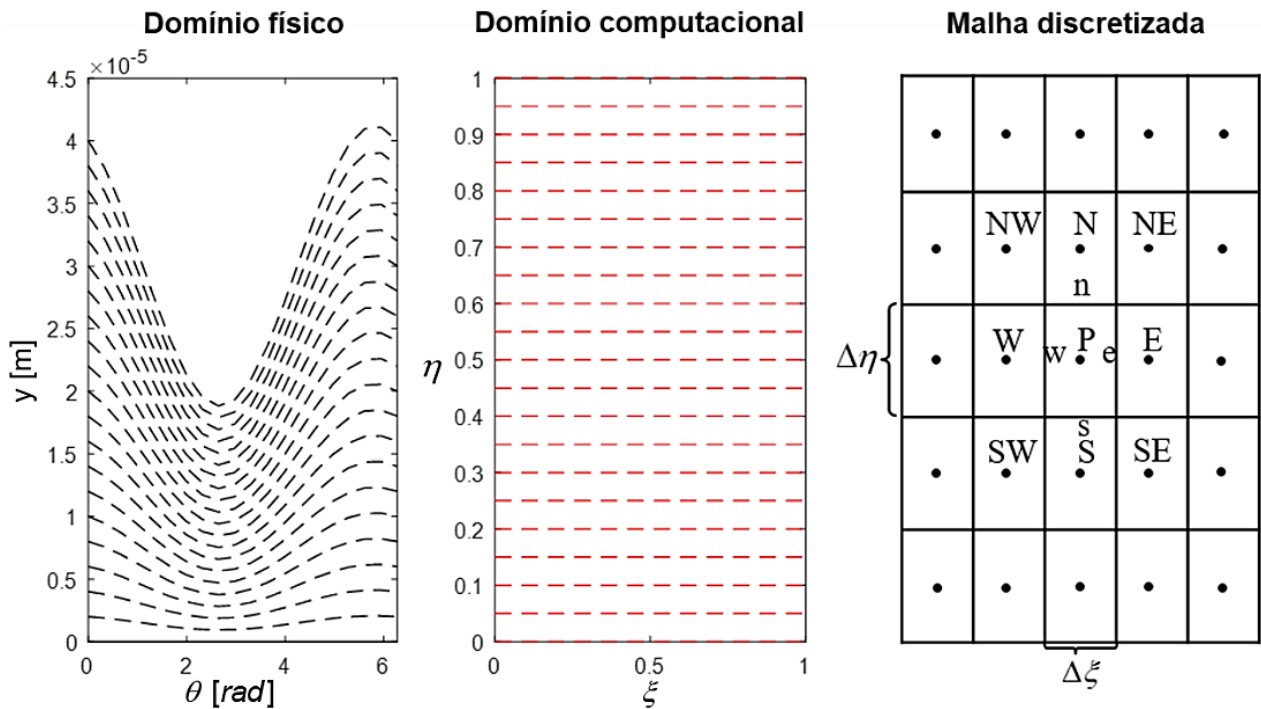
$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{k}{\rho c_p} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \frac{\mu}{\rho c_p} \cdot \Phi \quad (4)$$

em que  $c_p$  e  $k$  representam o calor específico e a condutividade térmica do fluido, respectivamente, e  $u$ ,  $v$  e  $w$  são as componentes da velocidade do fluido nas direções  $X$ ,  $Y$  e  $Z$ , respectivamente. Já o parâmetro  $\Phi$  é definido como:

$$\Phi = 2 \cdot \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right] + \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \quad (5)$$

Assim como a equação de Reynolds, a equação da energia também deve ser resolvida utilizando métodos numéricos. Conforme mencionado por Daniel (2012), devido a variação da espessura do filme ao longo do comprimento circunferencial do mancal, recorre-se a uma mudança de coordenadas de modo a transformar a malha física não uniforme em uma malha computacional uniforme, a qual será discretizada através do MVF. Desta forma, as coordenadas  $x$  e  $y$  são substituídas por coordenadas adimensionais  $\xi = x/2\pi R$  e  $\eta = y/h_f$ . A Figura 2 mostra as malhas físicas (domínio físico), a resultante da transformação de coordenadas (domínio computacional) e a discretizada.

Analogamente, aplicando o MVF na Eq. (4) em um volume de controle genérico, pode obter a seguinte equação:



**Figura 2:** Malhas física, computacional e discretizada.

$$A_P T_P + A_E T_E + A_W T_W + A_N T_N + A_S T_S + A_{NE} T_{NE} + A_{NW} T_{NW} + A_{SE} T_{SE} + A_{SW} T_{SW} = B_T \quad (6)$$

Assim como na solução do campo de pressão, o campo de temperatura do filme de óleo é determinado por meio do método direto de solução de sistemas lineares a partir da Eq. (7).

$$\mathbf{T} = \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{B}_T \quad (7)$$

Conhecido o campo de temperatura, determina-se o campo de viscosidade do óleo no sistema, o qual será utilizado na equação de Reynolds. A relação entre viscosidade e temperatura é descrita pela equação

$$\mu(T) = 10^{\left[ k_1(1+0,007407.T)^{k_2} - 4,2 \right]} \quad (8)$$

em que  $T$  é a temperatura do óleo em Celsius. Os coeficientes  $k_1=3,3914$  e  $k_2=-1,1232$  foram determinados com base nos valores experimentais obtidos para o óleo mineral ISO VG 13 (CAVALINI JR et al., 2017).

Com o campo de viscosidade determinado, os campos de pressão e temperatura são novamente calculados repetindo o processo enquanto a maior diferença entre os valores

de viscosidade de dois passos consecutivos for menor que uma dada tolerância. Após a convergência do campo de viscosidade, as forças hidrodinâmicas são então calculadas por meio da integração do campo de pressão sobre a área do mancal em contato com o filme de óleo, como mostra a Eq. (9).

$$\begin{aligned} F_{hx} &= \int_0^{L_h} \int_0^{2\pi} p_h \cos \theta dx dz \\ F_{hy} &= \int_0^{L_h} \int_0^{2\pi} p_h \sin \theta dx dz \\ F_h &= \sqrt{F_{hx}^2 + F_{hy}^2} \end{aligned} \quad (9)$$

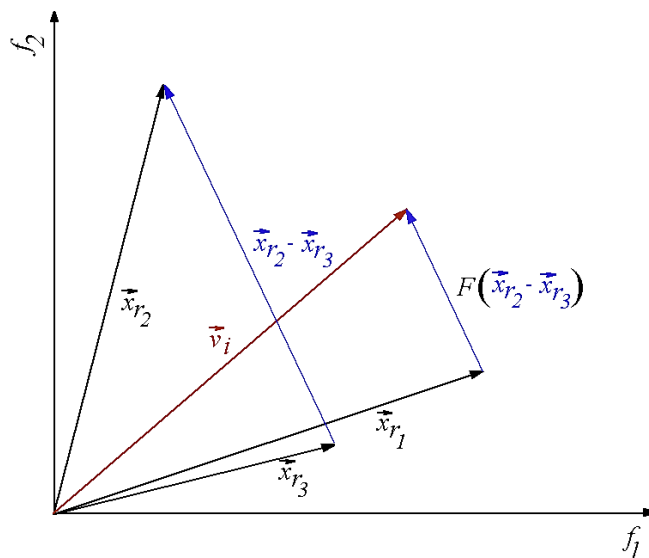
É importante ressaltar que a solução do campo de pressão é associada com o equilíbrio entre a força hidrodinâmica e o carregamento externo  $\vec{W}$  que é suportado pelo mancal. Desta forma, a posição de equilíbrio do eixo no mancal, representada pela posição  $E$  e pelo ângulo de equilíbrio  $\alpha_h$  (conforme apresentado na Fig. (3)), é determinada quando:

$$\vec{W} + \vec{F}_h = 0 \quad (10)$$

Assim, pode-se determinar a posição de equilíbrio a partir da minimização da Eq. (10) através da aplicação de um método de otimização.

### 3. EVOLUÇÃO DIFFERENCIAL

Dentre os vários algoritmos de otimização não determinísticos propostos na literatura, o algoritmo ED, proposto por Storn e Price (1995), se configura como uma das principais abordagens para a resolução de problemas de otimização. A principal ideia por trás desta técnica é o esquema proposto para atualização do vetor de variáveis de projeto de uma população. Em linhas gerais, inicialmente tem-se a geração (aleatória e dentro do domínio especificado pelo projetista) de uma população com um tamanho também definido pelo projetista. Em seguida, um candidato em potencial ( $\vec{v}_i$ ) é gerado a partir da perturbação de um candidato ( $\vec{x}_{r_1}$ ) (geralmente escolhido de forma aleatória dentro da população corrente) via diferença de outros dois ( $\vec{x}_{r_2}$  e  $\vec{x}_{r_3}$ ), ponderada por um parâmetro  $F$  (taxa de perturbação)  $F$ , como apresentado na Figura 3.



**Figura 3:** Fundamentação teórica do algoritmo de ED  
(Adaptado de Storn e Price (1995) e de Storn et al., 2005).

O indivíduo gerado através deste esquema ( $\vec{v}_i$ ) é avaliado segundo a função objetivo considerada, podendo inclusive substituir indivíduos malsucedidos nas gerações seguintes. Isto irá depender do resultado do teste em que um número aleatório  $r$  é comparado com o valor da probabilidade de cruzamento ( $CR$ ). Ao final de uma geração, uma nova população será obtida (esta, geralmente, será constituída por novos indivíduos e por indivíduos gerados por meio da operação vetorial apresentada). Este procedimento repetido até que um determinado critério de parada (geralmente o número máximo de gerações) seja atingido. A seguir é apresentado o fluxograma que representa as etapas realizadas pelo algoritmo de ED (STORN et al., 2005).

### **Algoritmo de Evolução Diferencial**

```
Inicializar (aleatoriamente) e avaliar a população P
enquanto nenhum critério de parada for satisfeito faça {
  para ( $i = 0 ; i < NP ; i++$ ) {
    Rotina Candidato  $C[i]$ 
    Avalie o candidato  $C[i]$ 
    se ( $C[i]$  é melhor que  $P[i]$ )
       $P'[i] = C[i]$ 
    senão
       $P'[i] = P[i]$ 
  }
   $P = P'$ 
}
```



em que  $NP$  é o tamanho da população,  $P$  é a população da geração atual, e  $P'$  é a população da próxima geração. O procedimento para a criação do candidato (*Candidato*  $C[i]$ ) é mostrado a seguir:

### **Candidato $C[i]$**

Aleatoriamente selecione os pais  $P[i1]$ ,  $P[i2]$  e  $P[i3]$ , ( $i \neq i1 \neq i2 \neq i3$ ).

Geração do candidato:  $C1[i] = P[i1] + F (P[i2]-P[i3])$ .

$C[i]$  por cruzamento dos genes de  $P[i]$  e  $C1[i]$  como segue:

para ( $j = 0; j < NP; j++$ ) {

se ( $r < CR$ )

$C[i][j] = C1[i][j]$

senão

$C[i][j] = P1[i][j]$ }

em que  $C[i]$  é a solução candidata  $i$  da população,  $C[i][j]$  é a  $j$ -ésima entrada no vetor solução de  $C[i]$  e  $r$  é um número aleatório entre 0 e 1.

O algoritmo implementado por Storn e Price (1995) possibilita ao usuário a escolha do tipo de estratégia que será utilizada durante o processo evolutivo. Tais estratégias dependem do vetor escolhido para ser perturbado, do número de vetores que serão considerados para a perturbação e do tipo de cruzamento que será utilizado. Storn e Price (1995) aconselham para os parâmetros do algoritmo de Evolução Diferencial o uso de  $NP$  em torno de 5 a 10 vezes o número de variáveis do problema,  $F$  como sendo um valor entre 0,4 a 1,0 e  $CR$  como sendo um valor entre 0 a 1. Todavia, trabalhos como o de Oliveira (2006) aconselham o uso de  $F$  e de  $CR$  dentro da faixa de 0,4 a 0,8.

## **4.RESULTADOS E DISCUSSÃO**

Nesta seção são apresentados os resultados obtidos pelo algoritmo ED. Para tanto, alguns pontos devem ser destacados:

1. Parâmetros operacionais do mancal (CAVALINI JR et al., 2017): diâmetro do eixo  $\phi = 19,05$  [mm], folga radial do mancal  $C = 76,2$  [ $\mu\text{m}$ ], comprimento do mancal  $L_h = 12,8$  [mm], velocidade de rotação  $\Omega = 1600$  [rpm], temperatura do eixo  $T_{\text{eixo}} = 25$  [ $^{\circ}\text{C}$ ] e temperatura de reposição do óleo  $T_{\text{rep}} = 25$  [ $^{\circ}\text{C}$ ];

2. Propriedades do fluido: temperatura de referência  $T_0=25$  [°C], massa específica  $\rho=860$  [kg/m<sup>3</sup>], viscosidade  $\mu_0=0,0449$  [Pa.s], condutividade térmica  $k=0,131$  [W/m.°C] e calor específico  $c_p=1849,30$  [J/kg.°C];
3. A função objetivo consiste da minimização da resultante das forças (Eq. (10)), considerando o seguinte espaço de projeto: posição de equilíbrio  $E(0 \leq E \leq 1)$  e ângulo de equilíbrio  $\alpha_h(-10 \leq \alpha_h \leq 10)$ ;
4. Parâmetros considerados no algoritmo ED (Storn et al., 2005): 15 indivíduos na população, 200 gerações, probabilidade de cruzamento igual a 0,8 e taxa de perturbação igual a 0,8;
5. O critério de parada adotado neste trabalho para o algoritmo ED consiste da homogeneidade da população, isto é, se a diferença entre o melhor e o pior candidato da população em termos do valor da função objetivo for menor que  $10^{-8}$ , o procedimento iterativo é finalizado;
6. O algoritmo ED foi executado 10 vezes considerando diferentes sementes iniciais [0 1 2 3 4 5 6 7 8 9] no gerador de números aleatórios;
7. Para comparar os resultados obtidos com a metodologia proposta, será considerado o algoritmo de Programação Quadrática Sequencial (SQP – *Sequential Quadratic Programming*). Para essa finalidade, o mesmo também foi executado 10 vezes considerando diferentes condições iniciais para as variáveis de projeto;
8. Nesta contribuição são considerados dois estudos de caso, a saber, o primeiro isotérmico (apenas o modelo para o campo de pressão é considerado) e o segundo não-isotérmico (ambos os modelos para o campo de pressão e temperatura são considerados).

#### 4.1 Modelo Hidrodinâmico

Neste estudo de caso considera-se o mancal hidrodinâmico isotérmico. Como mencionado na seção 1, neste modelo os efeitos térmicos devido ao escoamento do fluido são desconsiderados, sendo a viscosidade, portanto, constante ao longo de todo o filme de óleo. Assim, adota-se a viscosidade do fluido conforme a temperatura de referência  $\mu_0=0,0449$  [Pa.s].

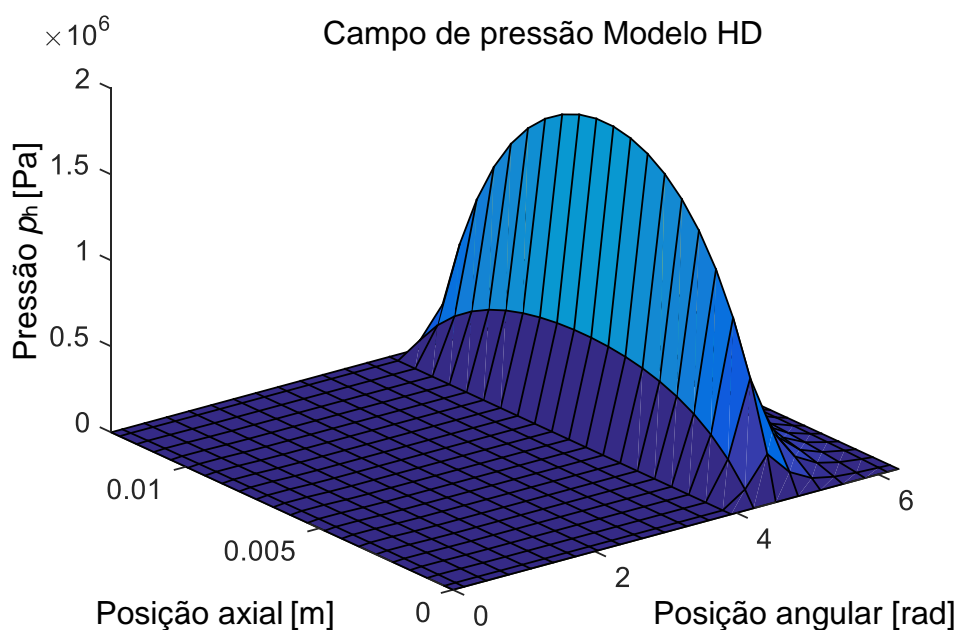
A Tabela 1 apresenta os resultados obtidos pelos algoritmos de ED e SQP considerando todas as execuções dos mesmos. Note que em todas as execuções dos

algoritmos considerados, sempre foi encontrado o mesmo valor para a posição de equilíbrio em termos de  $E$  e  $\alpha_h$ . Neste caso, como ambos os algoritmos convergiram para valores similares, pode-se afirmar, para as simulações conduzidas, que o problema em análise, como esperado, apresenta um ótimo global.

**Tabela 1:** Resultados obtidos pelos algoritmos ED e SQP para o estudo de caso isotérmico.

	$E$	$\alpha_h$ (graus)	$f$ (Eq. (10))	$n_{eval}$
SQP	$8,527419 \times 10^{-1}$	-58,408309	$3,676065 \times 10^{-8}$	97
	$8,527403 \times 10^{-1}$	-58,407357	$2,015441 \times 10^{-7}$	121
	$8,527382 \times 10^{-1}$	-58,405713	$1,834948 \times 10^{-7}$	89
	$8,527390 \times 10^{-1}$	-58,405977	$1,348458 \times 10^{-7}$	98
	$8,527398 \times 10^{-1}$	-58,404946	$4,265103 \times 10^{-7}$	101
	$8,527403 \times 10^{-1}$	-58,406343	$7,909448 \times 10^{-7}$	89
	$8,527400 \times 10^{-1}$	-58,406898	$9,278401 \times 10^{-8}$	99
	$8,527413 \times 10^{-1}$	-58,406647	$1,129186 \times 10^{-8}$	102
	$8,527383 \times 10^{-1}$	-58,405748	$1,768189 \times 10^{-7}$	95
	$8,527384 \times 10^{-1}$	-58,405581	$2,109247 \times 10^{-7}$	96
ED	$8,527401 \times 10^{-1}$	-58,406572	$9,261303 \times 10^{-7}$	2520
	$8,527401 \times 10^{-1}$	-58,406647	$3,465038 \times 10^{-8}$	2490
	$8,527401 \times 10^{-1}$	-58,406555	$1,215681 \times 10^{-7}$	2800
	$8,527401 \times 10^{-1}$	-58,406572	$5,292057 \times 10^{-7}$	3015
	$8,527401 \times 10^{-1}$	-58,406555	$7,409650 \times 10^{-8}$	2445
	$8,527401 \times 10^{-1}$	-58,406647	$7,117595 \times 10^{-8}$	2460
	$8,527401 \times 10^{-1}$	-58,406555	$5,133780 \times 10^{-7}$	3015
	$8,527401 \times 10^{-1}$	-58,406572	$1,323227 \times 10^{-7}$	2385
	$8,527401 \times 10^{-1}$	-58,406647	$1,576712 \times 10^{-8}$	2340
	$8,527401 \times 10^{-1}$	-58,406647	$8,027157 \times 10^{-8}$	2265

Em termos do número de avaliações da função objetivo ( $n_{eval}$ ), o custo computacional do algoritmo de ED é bem superior ao requerido pelo algoritmo SQP. Isto se deve ao fato do algoritmo de ED trabalhar com uma população de candidatos na busca da solução do problema de otimização, o que, inerentemente, onera o custo total de processamento requerido por esta técnica de otimização estrutural. Finalmente, observa-se, para a maioria das sementes consideradas, que o critério de parada definido foi sempre alcançado antes do número máximo de iterações adotado ser alcançado (200 gerações). A Figura 4 apresenta o campo de pressão obtido pelo modelo isotérmico considerando a posição de equilíbrio determinada.



**Figura 4:** Campo de pressão hidrodinâmica na condição de equilíbrio (modelo HD).

Analisando o campo de pressão obtido por meio do modelo HD, nota-se que o campo de pressão hidrodinâmica se forma em uma região limitada. Isso ocorre pois, devido à formação da cunha convergente de óleo, o filme é hidrodinamicamente pressurizado em uma região limitada do mancal. É importante ressaltar que essa região de pressurização do filme de óleo no mancal depende dos parâmetros geométricos do mancal, das condições de operação e das propriedades físicas do óleo.

## 4.2 Modelo Termohidrodinâmico

Para avaliar a influência da temperatura, o presente estudo de caso considera o modelo termohidrodinâmico, no qual a equação da energia é resolvida juntamente com a equação de Reynolds de modo a obter os campos de pressão e temperatura no filme de óleo.

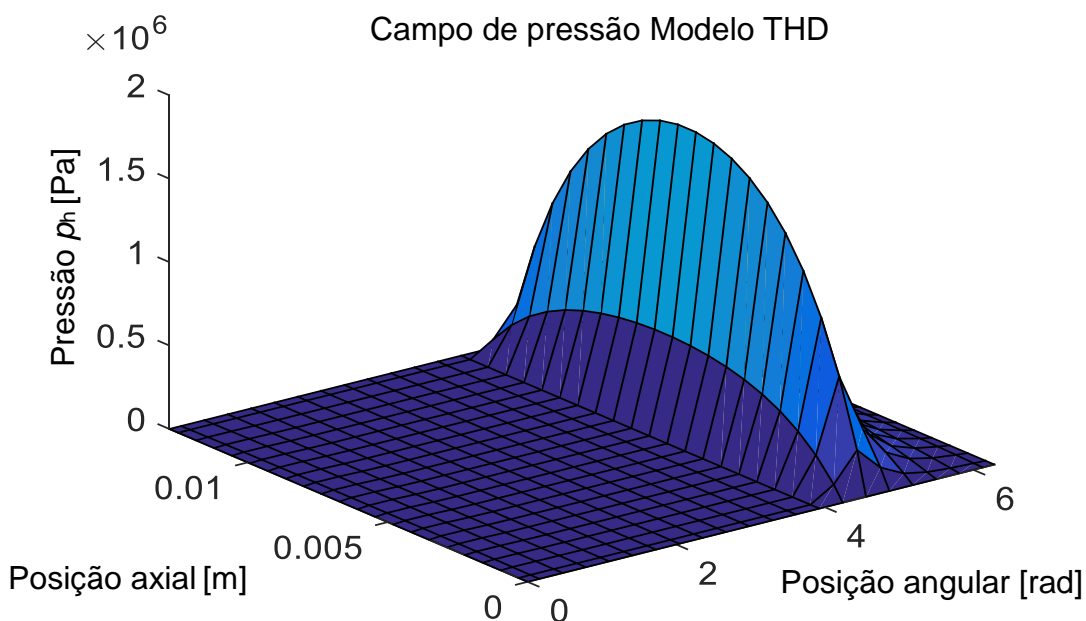
A Tabela 2 apresenta os resultados obtidos pelos algoritmos de ED e SQP considerando todas as execuções dos mesmos para este estudo de caso. Na Tabela 2 observa-se que, assim como constatado para o estudo de caso anterior, em todas as execuções dos algoritmos testados sempre foi encontrado o mesmo valor para a posição de equilíbrio do eixo no mancal. Em termos do número de avaliações da função objetivo,

conforme esperado, o custo computacional do algoritmo de ED é bem superior ao requerido pelo algoritmo SQP e o critério de parada sempre foi alcançado antes do número máximo de iterações adotado ser alcançado (200 gerações).

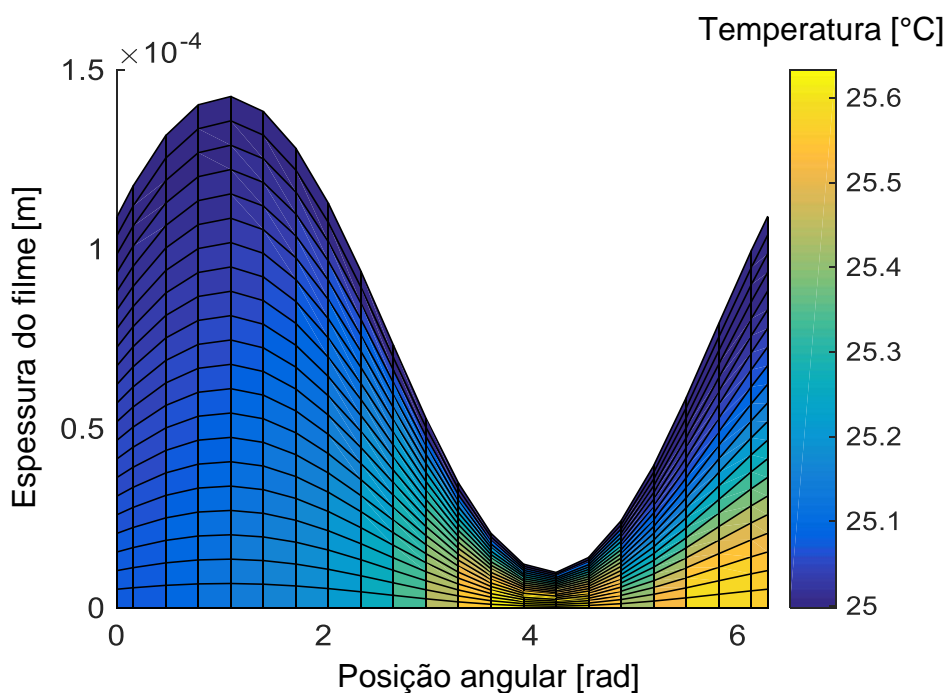
**Tabela 2:** Resultados obtidos pelos algoritmos ED e SQP para o estudo de caso (modelo THD).

	$E$	$\alpha_h$ (graus)	$f$ (Eq. (10))	$n_{eval}$
SQP	$8,821747 \times 10^{-1}$	-60,479780	$7,320274 \times 10^{-8}$	91
	$8,821743 \times 10^{-1}$	-60,479860	$6,994465 \times 10^{-8}$	81
	$8,821761 \times 10^{-1}$	-60,480278	$1,836463 \times 10^{-7}$	99
	$8,821737 \times 10^{-1}$	-60,479970	$1,350171 \times 10^{-7}$	95
	$8,821745 \times 10^{-1}$	-60,479511	$1,381924 \times 10^{-7}$	80
	$8,821733 \times 10^{-1}$	-60,479018	$2,098819 \times 10^{-7}$	92
	$8,821720 \times 10^{-1}$	-60,479115	$1,507205 \times 10^{-7}$	89
	$8,821734 \times 10^{-1}$	-60,479895	$1,386047 \times 10^{-7}$	98
	$8,821753 \times 10^{-1}$	-60,480027	$1,076516 \times 10^{-7}$	107
	$8,821750 \times 10^{-1}$	-60,480146	$1,466508 \times 10^{-7}$	109
ED	$8,821738 \times 10^{-1}$	-60,479648	$6,748282 \times 10^{-8}$	2340
	$8,821738 \times 10^{-1}$	-60,479648	$3,764888 \times 10^{-8}$	2490
	$8,821738 \times 10^{-1}$	-60,479631	$5,830886 \times 10^{-8}$	2415
	$8,821738 \times 10^{-1}$	-60,479723	$1,761057 \times 10^{-7}$	2800
	$8,821738 \times 10^{-1}$	-60,479648	$3,896320 \times 10^{-8}$	2490
	$8,821738 \times 10^{-1}$	-60,479723	$7,174804 \times 10^{-8}$	2730
	$8,821738 \times 10^{-1}$	-60,479631	$2,665163 \times 10^{-7}$	3015
	$8,821738 \times 10^{-1}$	-60,479723	$9,025246 \times 10^{-8}$	3000
	$8,821738 \times 10^{-1}$	-60,479723	$2,103079 \times 10^{-8}$	2295
	$8,821738 \times 10^{-1}$	-60,479723	$7,502114 \times 10^{-8}$	2280

Finalmente, em se tratando do efeito da inclusão do balanço de energia nas equações do mancal hidrodinâmico é possível notar, como esperado, uma mudança na posição de equilíbrio obtida. As Figuras 5 e 6 apresentam o campo de pressão e de temperatura obtidos pelo modelo termohidrodinâmico para a posição de equilíbrio determinada.



**Figura 5:** Campo de pressão hidrodinâmica na condição de equilíbrio (modelo THD).



**Figura 6:** Distribuição de temperatura no filme de óleo lubrificante na condição de equilíbrio (modelo THD).

Observando o campo de pressão obtido por meio do modelo THD mostrado na Figura 5 e observando também a distribuição de temperatura no filme de óleo, nota-se que, a região de pressão máxima no filme está localizada na região de espessura mínima do filme de óleo, como mostra a Figura 6.

Analisando a distribuição da temperatura no filme de óleo nota-se que as maiores temperaturas estão localizadas na região de espessura mínima do filme de óleo e na região próxima à posição angular de  $2\pi$  radianos. Na região de menor espessura do filme de óleo esse efeito pode ser explicado pelo gradiente de velocidade elevado nessa região. Como mostrado na Eq. (5) o termo fonte da Eq. (4) é dependente do gradiente de velocidade. Já na região próxima à posição angular de  $2\pi$  radianos esse efeito pode ser explicado pelo escoamento do óleo no interior do mancal, de modo que, a temperatura aumenta no mesmo sentido do escoamento.

## 5. CONCLUSÕES

Neste trabalho, o algoritmo de ED empregado para a determinação da posição de equilíbrio de um eixo rotativo suportado por mancais hidrodinâmicos cilíndricos. Para essa finalidade foram avaliados dois modelos distintos para mancais hidrodinâmicos, a saber, o modelo HD e o modelo THD. Os resultados obtidos pelos algoritmos SQP e ED demonstram que ambos os algoritmos foram capazes de encontrar sempre a mesma solução. Ao analisar o efeito da inclusão do balanço de energia para os parâmetros definidos para o mancal foi possível observar a mudança na posição de equilíbrio obtida, isto é, a depender das condições de operação utilizadas, não é possível negligenciar o efeito da temperatura, visto que o movimento do mancal naturalmente faz com que a temperatura do sistema se eleve devido aos efeitos de fricção. Como proposta para trabalho futuro pode-se citar a extensão deste algoritmo para o contexto multi-objetivo, bem como a sua aplicação para a resolução de problemas nos quais os aspectos de robustez e confiabilidade sejam considerados.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o suporte financeiro da FAPEMIG (TEC-APQ-3076-09, TEC-APQ-02284-15 e TEC-APQ-00464-16) e do CNPq (574001/2008-5 e 304546/2018-8) através do INCT-EIE para a realização deste trabalho. Os autores também agradecem as empresas CERAN, BAESA, ENERCAN e Foz do Chapecó pelo suporte financeiro dado através do projeto de P&D Modelagem Robusta para o Diagnóstico de Defeitos em Unidades Geradoras conduzido pela ANEEL (ANEEL 02476-3108/2016).

## REFERÊNCIAS

- BARBOSA, J. S. **Análise de Modelos Termohidrodinâmicos para Mancais de Unidades Geradoras Francis**. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, 2018.
- CAVALINI Jr., A. A., SILVA, A. D. G., LARA-MOLINA, F. A. STEFFEN Jr., V. **Dynamic Analysis of a Flexible Rotor Supported by Hydrodynamic Bearing with Uncertain Parameters**. Meccanica, Springer, 2017.
- DANEIL, G. B. **Desenvolvimento de um Modelo Termohidrodinâmico para Análise em Mancais Segmentados**. Tese de Doutorado, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2012.
- MALISKA, J. R. **Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional**. 2. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2004.
- MEGGIOLARO, M. A. **Modelagem de Mancais Hidrodinâmicos na Simulação de Sistemas Rotativos**. Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 1996.
- OLIVEIRA, G. T. S. **Estudo e Aplicações da Evolução Diferencial**. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, 2006.
- REYNOLDS, O. **On the Theory of Lubrication and its Application to Mr. Beauchamp Tower's Experiments, including an Experimental Determination of the Viscosity of Olive Oil**. Philosophical Transactions of Royal Society of London, v. 177, p. 157-234, 1886.
- RIUL, J. A. **Estudo Teórico e Experimental de Mancais Hidrodinâmicos Cilíndricos**. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, 1988.
- STORN, R, PRICE, K. **Differential Evolution – A Simple Evolution Strategy for Fast Optimization**, Dr. Dobb's Journal, 22 (4), 18-24, 1995.
- STORN, R., PRICE, K., LAMPINEN, J. A. **Differential Evolution - A Practical Approach to Global Optimization**. Springer - Natural Computing Series, 2005.
- VANCE, J. M., ZEIDAN, F. Y., MURPHY, B. **Machinery Vibration and Rotordynamics**. John Wiley & Sons, INC. 2010.