

Controlador Nebuloso Aplicado ao Equilíbrio de um Pêndulo

Fuzzy Controller Applied to the Balance of a Simple Inverted Pendulum

Alexsander Lindolfo de Lima¹, Pedro Henrique Martins de Souza², José dos Reis Vieira de Moura Júnior³

RESUMO

O conceito de Lógica Fuzzy foi criado por Loftali Askar-Zadeh em 1965 e é considerado uma das principais técnicas de inteligência artificial dos últimos 50 anos. Nesta contribuição, foi desenvolvida inicialmente uma abordagem analítica de um pêndulo invertido em um carrinho que foi simulado numericamente em linguagem Python. Em seguida, foi desenvolvido um controlador nebuloso também em Python para manter o pêndulo invertido na posição vertical de acordo com as propriedades mecânicas do sistema e condições iniciais. O controlador considera o ângulo e a velocidade angular do pêndulo no processo de ajuste para a resposta da força horizontal aplicada ao carrinho. Concluindo, observando os resultados apresentados, o controlador nebuloso foi capaz de reagir ao sistema de forma satisfatória, obtendo uma posição de equilíbrio em diferentes configurações de comprimento do pêndulo.

Palavras-chave: Lógica nebulosa. Inteligência artificial. Controle de pêndulo invertido.

ABSTRACT

The concept of Fuzzy Logic was created by Loftali Askar-Zadeh in 1965 and is considered one of the main artificial intelligence techniques of the last 50 years. In this contribution, an analytical approach was initially developed of an inverted pendulum in a cart that was numerically simulated in Python language. Then, a fuzzy controller was also developed in Python to keep the inverted pendulum in the vertical position according to the mechanical properties of the system and initial conditions. The controller considers the angle and angular velocity of the pendulum in the adjustment process for the response of the horizontal force applied to the cart. In conclusion, observing the results presented, the fuzzy controller was able to react to the system in a satisfactory way, obtaining an equilibrium position in different configurations of pendulum length.

Keywords: Fuzzy logic. Artificial intelligence. Inverted pendulum controller.

¹ Graduando em Matemática Industrial. Universidade Federal de Catalão.

<https://orcid.org/0000-0002-9865-2781>

E-mail: alx_lima@outlook.com

² Graduando em Matemática Industrial. Universidade Federal de Catalão.

<https://orcid.org/0000-0001-9375-3201>

E-mail: pedrohms@discente.ufcat.edu.br

³ Doutor em Engenharia Mecânica, UFU. Instituto de Matemática e Tecnologia. Universidade Federal de Catalão.

<https://orcid.org/0000-0002-8701-8355>

E-mail: zereis@ufcat.edu.br

1. INTRODUÇÃO

Nas bases do senso comum existe uma impressão, a princípio, bem atrelada a ideia de uma certeza que vem a definir de maneira total conceitos referentes à dinâmica em que o mundo reside. A lógica, como um caminho utilizado para deduzir novas constatações através de outras já estabelecidas, desenvolveu boa parte desse tipo de pensamento ao longo de um período que pode ser conferido até o tempo dos filósofos gregos. Sem flexibilidade, a lógica clássica impõe precisão absoluta na verdade, não sendo possível existirem níveis entre o verdadeiro e o falso. Porém, a situação de lidar com problemas e indagações, pode levar a resoluções não muito exatas ou conclusões de que a natureza de um assunto ou contexto é completamente subjetiva. Assim sendo, a lógica bivalente terá dificuldade de definir e desenvolver neste campo, sendo necessária uma análise que seja fora do escopo desta (ROSS, 2010).

Em sistemas de engenharia, métodos baseados em ciências exatas são os mais utilizados, sendo desenvolvidos de maneira a sempre diminuir erros e imprecisões, no qual em muitos casos uma boa aproximação já é o suficiente para que se tenha confiança e que a finalidade seja alcançada. Nestes sistemas, a função a ser cumprida pode ter magnitude bastante ampla, fazendo com que incertezas sejam inerentes. Em tais sistemas é necessário garantir que as incertezas estejam contempladas dentro da precisão. Isso pode ser feito através da formulação e quantificação do incerto, possibilitando a obtenção de níveis de acurácia consistentes com os objetivos e motivações, que podem ser práticas ou econômicas. No entanto, a busca e obtenção destes níveis de precisão pode significar maior custo de recursos financeiros e tempo, sendo um dos pontos que é levado em conta no âmbito econômico e que levanta questionamentos sobre a necessidade de soluções muito precisas (ROSS, 2010).

A lógica nebulosa surge nessas circunstâncias de incertezas e imprecisões como uma teoria matemática com o propósito de aproximar o raciocínio através de modelos que imitam a habilidade humana de tomar decisões, dando a possibilidade de construção de sistemas capazes de lidar ou auxiliar no tratamento de informações imprecisas ou de caráter subjetivo (GOLDSCHMIDT, 2010).

O objetivo deste trabalho é utilizar a lógica nebulosa para desenvolver um controlador capaz de manter um pêndulo invertido sobre o carro na posição vertical.

2. LÓGICA NEBULOSA

Durante muitos anos a questão da incerteza foi dominada pela teoria da probabilidade. Desde o ano de 1500 alguns conceitos de probabilidade foram utilizados, como por exemplo, na época de Cardano, que os jogadores identificavam as regras da probabilidade dos jogos de azar e no julgamento de testemunhas não confiáveis pelo bispo de Wells (ROSS, 2010).

A Teoria da Probabilidade foi inicialmente desenvolvida no início do século XVIII pelos trabalhos de Jacob Bernoulli com seu livro "*Ars Conjectandi*" (1713) e por Abraham DeMoivre com seu livro "*The Doctrine of Chance*" (1718). Ainda neste período, muitos trabalhos foram feitos nesta área como os de Thomas Bayes com seu artigo "Um ensaio para resolver um problema na doutrina das chances" (1763) e por Pierre Simon Laplace com o seu trabalho "*Memoire sur la probabilite des cause par les evenemens*" (1774), formulando os princípios relacionados aos jogos de azar (ROSS, 2010).

Em 1930, Jan Lukasiewicz desenvolveu uma lógica discreta de vários valores. Em 1937, as discussões sobre a imprecisão começaram com a obra do filósofo Max Black. Este trabalho definiu uma proposição vaga como uma proposição em que os estados possíveis não são claramente definidos no que diz respeito à inclusão. Em 1960, Arthur Dempster desenvolveu uma teoria da evidência que incluiu uma avaliação de ignorância ou ausência de informação. Em 1965, Lofti Zadeh, apresentou uma introdução aos conjuntos nebulosos. Em 1970, Glenn Shafer estendeu o trabalho de Dempster para produzir uma teoria completa de evidências lidando com informações de mais de uma fonte (ROSS, 2010).

Entre 1970 e 1980 as aplicações da lógica nebulosa aconteceram com maior importância na Europa e após 1980 o Japão iniciou seu uso nas indústrias. Alguns dos primeiros trabalhos foram feitos pela Fuji Electric em um tratamento de água e pela Hitachi em um sistema de metrô. A partir de 1990 é que algumas empresas dos EUA começam a utilizar aplicações em lógica nebulosa no contexto industrial (ABAR, 2004).

Grande parte dos trabalhos que foram desenvolvidos ao longo do tempo consistiram em aplicações de sistemas de controle e de sistemas com elevada complexidade, que tentam auxiliar ou substituir o raciocínio humano (KLEMENT, 1994). Tais sistemas de controle podem ser encontrados na indústria, como uma forma de checagem de processos, em veículos de transporte, para que uma determinada função seja executada devidamente, e até em máquinas que nos auxiliam no dia a dia. No geral, estas aplicações de controle

foram desenvolvidas de modo que uma determinada tarefa fosse feita de forma automática ou mais eficiente do que as resoluções que eram empregadas anteriormente. Em sistemas de diagnósticos médicos, de tomadas de decisões de risco no mercado financeiro e de planejamento foram desenvolvidas soluções com maior nível de complexidade devido ao tratamento paralelo dessas aplicações com outros conhecimentos técnicos específicos. Neste contexto, dependente de conhecimentos externos, o desenvolvimento desses sistemas consistiu na busca de emular as capacidades de aferição e decisão humana que são exigidas nesses ambientes, transcrevendo-os para um conjunto de parâmetros de subjetividade. Uma área em que se encontram aplicações recentes é na área de monitoramento de integridade estrutural focadas para manutenção preditiva (MOURA JR *et al*, 2008 e BARELLA *et al*, 2019).

Outros trabalhos que são merecedores de melhor menção são os de união de redes neurais artificiais com a lógica nebulosa, que tentam resolver a grande dependência de experiência para se estabelecer uma base de regras e a deficiência de redes neurais em explicar o conhecimento aprendido por elas (FENG; CHEN, 2020 e FREITAS *et al*, 2021). Em geral, possuem uma alta capacidade adaptativa, podendo ser usados para a aproximação de diversas classes de problemas.

A lógica clássica ou binária é baseada em dois valores bem definidos que não possuem níveis intermediários. Como por exemplo: 0 ou 1 é falso ou verdadeiro (FENG; CHEN, 2020). Neste sentido, um conjunto clássico ou conjunto *crisp* (nítido ou definido), é definido de acordo com a equação 1.

$$\mu_A = \begin{cases} 1 \rightarrow x \in A \\ 0 \rightarrow x \notin A \end{cases}, \quad (1)$$

onde μ_A indica o grau de pertinência, ou pertencimento, de X no conjunto A.

As funções de pertinência (união, interseção e complemento) nos conjuntos clássicos é definido de acordo com as equações 2, 3 e 4.

$$\mu_{A \cup B}(X) = \max(\mu_A(X), \mu_B(X)); \quad (2)$$

$$\mu_{A \cap B}(X) = \min(\mu_A(X), \mu_B(X)); \quad (3)$$

$$\mu(X) = 1 - \mu_A(X), \quad (4)$$

onde $\mu_{A \cup B}$, indica o grau de pertinência de A união com B através do critério dos máximos graus de pertinência, estabelecendo o OU lógico; $\mu_{A \cap B}$, indica o grau de pertinência de A interseção com B através do critério dos mínimos, estabelecendo o E lógico.

2.1 Variáveis linguísticas

Estimar conceitos que apresentem uma vagueza em suas premissas podem ser feitos através de uma variável linguística, definida como um objeto que expressa de maneira linguística e subjetiva uma ideia de natureza ambígua. Por exemplo, decidir se uma pessoa é alta se enquadra em um problema com várias respostas a depender da definição de pessoa alta, assim sendo, para este caso, altura poderia ser a variável linguística com seus valores possivelmente sendo alta, média e baixa, diferindo de variáveis numéricas que expressariam tais valores de maneira precisa. Além disso, os valores de uma variável linguística são conjuntos nebulosos e compõem a partição nebulosa, um arranjo dos valores em uma estrutura compartilhada, exemplificada na figura 1 (GOLDSCHMIDT, 2010).

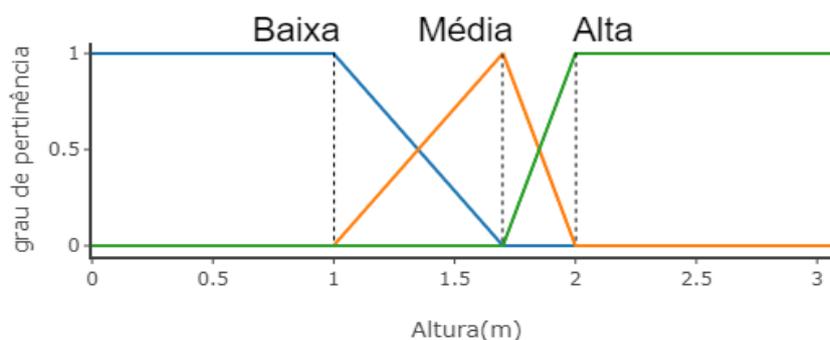


Figura 1: Possível partição nebulosa para a variável linguística altura.

2.2 Regras Nebulosas

Os conjuntos de regras gerais são definidas no formato: **SE premissa(antecedente), ENTÃO conclusão(consequente)**. Essa expressão é conhecida como forma dedutiva. Usualmente expressa uma inferência que, se conhecidos os fatos (premissa), então pode-se inferir outro fato chamado conclusão (consequência).

Assim, a principal característica de um modelo nebuloso reside na possibilidade de definição de variáveis linguísticas subjetivas e regras sem muito formalismo matemático-físico. Esta principal característica dos conjuntos nebulosos pode agregar um enorme potencial de modelagem, pois, partindo do conhecimento tácito do domínio do problema, um profissional é capaz de elaborar um conjunto de variáveis de importância e poucas regras para tomadas de decisão dentro de um escopo operacional.

2.3 Etapa de Fuzzificação

Fuzzificação é o processo de transformar uma quantidade determinística em uma quantidade difusa através de conjuntos nebulosos. As funções mais utilizadas são a triangular, trapezoidal, impulso unitário, gaussiana ou linear por partes, mostradas na figura 2.

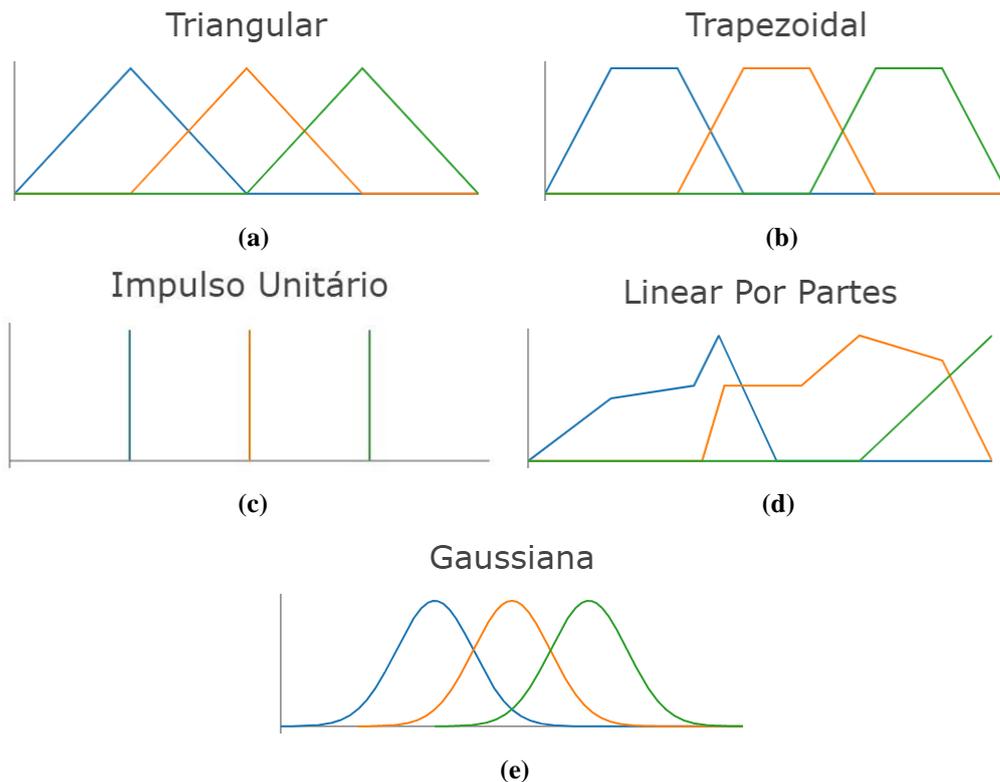


Figura 2: Exemplo de funções de forma triangular (a), trapezoidal (b), impulso unitário (c), linear por partes (d) e gaussiana (e).

Esse processo é feito reconhecendo que alguns conjuntos determinísticos nem sempre são determinísticos, carregando um certo grau de incerteza. Se esta forma de incerteza aparecer devido a alguma imprecisão, então este conjunto é nebuloso, podendo ser representado por uma função de pertinência associada a um conjunto nebuloso (ROSS, 2010).

2.4 Etapa de Inferência

Na década de 70, Ebrahim Mamdani propôs um método de inferência difusa que se tornou padrão no processamento dos conceitos da lógica nebulosa, que ficou conhecido como método Mamdani. As regras desse modelo possuem relações nebulosas tanto em seus antecedentes quanto em seus consequentes (ALMEIDA; EVSUKOFF, 2021).

No método Mamdani ocorre a geração dos conjuntos no consequente avaliando as regras através de alguma das operações de união (operador OU) da tabela 1, de interseção (operador E) da tabela 2 ou de negação da tabela 3, sendo μ o valor da função de pertinência do valor de entrada x de conjuntos nebulosos A e B quaisquer.

Tabela 1: Operações de união.

Máximo	$Max(\mu_A(X), \mu_B(X))$
Soma probabilística	$\mu_A(X) + \mu_B(X) - \mu_A(X)\mu_B(X)$
T-norma de Lukasiewicz	$Min(1, \mu_A(X) + \mu_B(X))$

Tabela 2: Operações de interseção.

Mínimo	$Min(\mu_A(X), \mu_B(X))$
Produto	$\mu_A(X)\mu_B(X)$
T-norma de Lukasiewicz	$Min(0, \mu_A(X) + \mu_B(X) - 1)$

Tabela 3: Operações de negação.

Negação usual	$\mu_{\bar{A}}(X) = 1 - \mu_A(X)$
Negação de Sugeno	$\mu_{\bar{A}}(X) = \frac{1 - x}{1 + \lambda x}, \lambda \in (-1, +\infty)$
Negação de Yager	$\mu_{\bar{A}}(X) = \sqrt[w]{1 - x^w}, w \in (0, +\infty)$

Por fim, o resultado das operações é agregado, sendo na maioria das aplicações uma simples função de máximo, como listada na tabela de operações de união, fornecendo um conjunto nebuloso que será utilizado para a defuzzificação. Outras regras para conjunções aditivas são Soma Limitada e a Soma Normalizada.

Um outro método de inferência, proposto por Takagi, Sugeno e Kang na década de 80, que gera um valor ao invés de um conjunto nebuloso no consequente por meio de uma função, ficou conhecido como método Sugeno ou método TSK (ROSS, 2010). Tal função pode ser uma constante, mas geralmente assume uma forma polinomial, como mostrado na equação 5.

$$z_i = p_i x + q_i y + r_i, \quad (5)$$

onde z_i o valor consequente do i -ésimo conjunto de regras, x e y valores de entrada e p_i , q_i e r_i constantes. Além disso, o método TSK calcula valores de peso w_i de cada i -ésimo conjunto de regras por uma operação de interseção dos valores de pertinência no antecedente (ROSS, 2010).

2.5 Etapa de Defuzzificação

A etapa de defuzzificação é a conversão de um conjunto difuso em um valor preciso, assim como a fuzzificação é a conversão de uma quantidade precisa em um conjunto difuso. A saída de um processo nebuloso pode ser a união lógica de duas ou mais funções de pertinência nebulosas (ROSS, 2010).

Em geral, no método Mamdani, aplica-se o Centróide em um conjunto nebuloso, definido pela equação 6.

$$U = \frac{\int u\mu(u)du}{\int \mu(u)du}, \quad (6)$$

onde U é o resultado da defuzzificação, u é a variável de saída e μ é a função de pertinência depois da acumulação. Apesar do critério do Centróide ser a regra mais utilizada para defuzzificação em sistemas Mamdani, é importante lembrar que devido ao modelo em estudo apresentar características especiais, pode ser que outros critérios sejam utilizados tais como Centro de Gravidade para Impulso Unitário, Máximo Mais à Direita e Máximo Mais à Esquerda. Já no método TSK é feita a média ponderada, expressa pela equação 7.

$$U = \frac{\sum w_i z_i}{\sum w_i}, \quad (7)$$

onde os valores são como definidos anteriormente.

3. SISTEMA DE LÓGICA NEBULOSA

Com o auxílio das definições apresentadas, pode ser construído o que é chamado na literatura por sistema de lógica nebulosa, sendo uma maneira de mapear valores de entrada para valores de saída de forma não linear. São caracterizados por sua enorme flexibilidade e capacidade adaptativa, possuindo diversas possibilidades de forma de mapeamento. Suas entradas podem ser tanto apenas um valor quanto vários, porém as

saídas geralmente são somente de um valor, sendo necessário uma coleção de sistemas para representar várias saídas (MENDEL, 1995). Sistemas múltiplas entradas e múltiplas saídas já são projetados atualmente, sendo, no entanto, não tão comuns em aplicações.

A figura 3 demonstra o sistema de lógica nebulosa por meio de um diagrama com o fuzzificador recebendo os valores de entrada, depois passando pelo processo de inferência que possui as regras e por último no defuzzificador que fornece a saída do sistema.

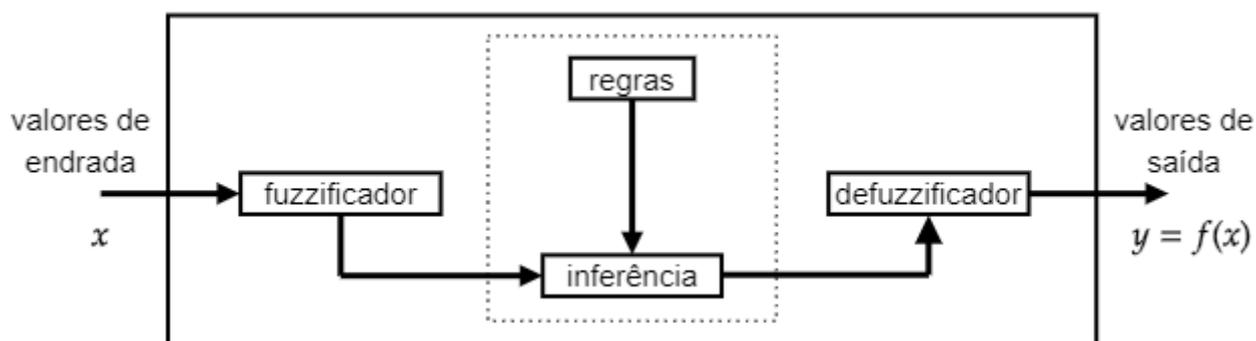


Figura 3: Diagrama do sistema de logica nebulosa.

4. MODELO DINÂMICO DE UM PÊNDULO INVERTIDO SIMPLES

A aplicação desta contribuição consiste de um controlador nebuloso de um pêndulo invertido simples sobre um carrinho que se movimenta para a direita e esquerda a fim de equilibrá-lo. Serão fornecidos dois valores de entrada, sendo eles, o ângulo em relação ao eixo vertical e a velocidade angular. Com estes dois valores, a inferência nebulosa, através de um conjunto de regras, retornará a força aplicada no carrinho necessária para manter o pêndulo na posição vertical. O sistema físico é representado pela figura 4, e o diagrama de blocos com o controlador recebendo a resposta do sistema é visualizado na figura 5.

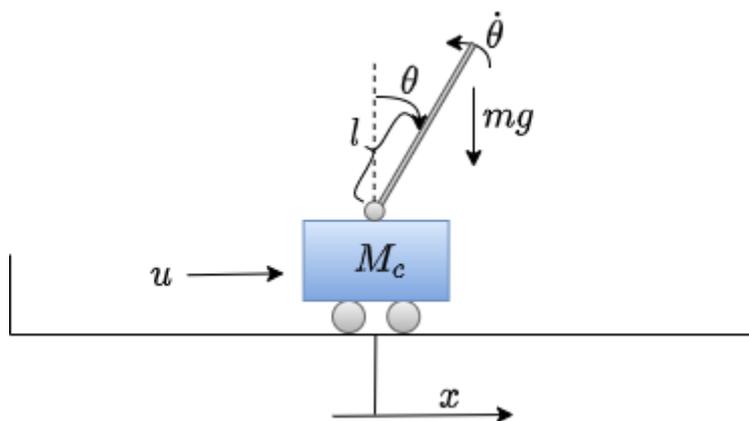


Figura 4: Pêndulo invertido simples sobre um carrinho.

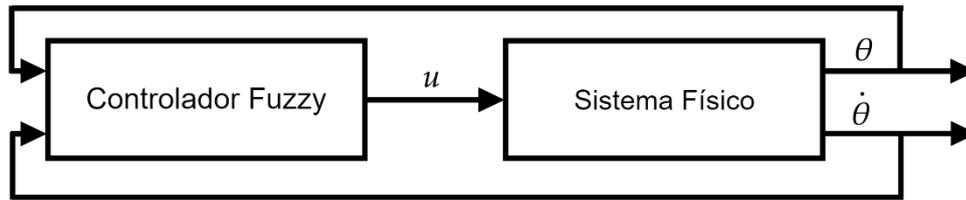


Figura 5: Controlador nebuloso e sistema físico conectados.

4.1 Equações de Movimento

Para se analisar um sistema de pêndulo invertido, como o ilustrado na figura 4, é necessário que sejam definidas suas equações de movimento. Considerando que o sistema não apresente fricção entre o pêndulo e o carrinho e entre o carrinho e o chão, suas equações de movimento são expressas pela equação 8a e 8b (SLOTINE, 1991).

$$(M + m)\ddot{x} + ml\cos(\theta)\ddot{\theta} - ml\sin(\theta)\dot{\theta}^2 = u; \quad (8a)$$

$$m\ddot{x}\cos(\theta) + ml\ddot{\theta} - mg\sin(\theta) = 0, \quad (8b)$$

onde θ , x , m , M_c , g , u e l são o deslocamento angular, o deslocamento do carrinho, a massa do pêndulo, a massa do carrinho, a aceleração da gravidade, a força aplicada horizontalmente no carrinho e o comprimento até o centro do pêndulo respectivamente.

Rearranjando para encontrar a aceleração angular $\ddot{\theta}$ do pêndulo e a aceleração \ddot{x} do carrinho obtêm-se as equações 9a e 9b.

$$\ddot{\theta} = \frac{g\sin(\theta) - \frac{ml\sin(\theta)\cos(\theta)\dot{\theta}^2}{(M_c + m)} - \frac{u\cos(\theta)}{(M_c + m)}}{l\left(1 - \frac{ml\cos^2(\theta)\dot{\theta}}{(M_c + m)}\right)}; \quad (9a)$$

$$\ddot{x} = \frac{u - ml\cos(\theta)\ddot{\theta} + ml\sin(\theta)\dot{\theta}^2}{(M_c + m)}. \quad (9b)$$

4.2 Resposta do Sistema

A verificação da eficácia do controlador se deu por meio da resposta do sistema, que consiste de uma simulação ao longo de um período de tempo. Isto foi feito resolvendo as

equações de movimento numericamente utilizando o método de Euler, que calcula os próximos estados do sistema de acordo com a equação 10 (BURDEN; FAIRES, 2011):

$$y_{i+1} = y_i + \Delta t f(y_i, t_i), \quad (10)$$

onde i representa o i -ésimo valor da variável de estado, $\Delta t = t_{i+1} - t_i$ e $f(y_i, t_i) \approx y'(t_i)$, e utilizando estes valores para construir um gráfico do deslocamento angular em função do tempo.

4.3 Controlador Nebuloso

Como visto na figura 3, o controlador deverá receber os valores de entrada fazendo o processo de fuzzificação. Em seguida, no processo de inferência, serão aplicadas as regras e então realizada a defuzzificação onde serão apresentados os valores das saídas.

Os vetores das variáveis de entrada do sistema foram definidos como mostrado nas equações 11a e 11b.

$$\theta = X_1; \quad (11a)$$

$$\dot{\theta} = X_2, \quad (11b)$$

onde θ é o ângulo do pêndulo e $\dot{\theta}$ a velocidade angular. Estas variáveis possuem os limites $-40^\circ \leq X_1 \leq 40^\circ$ e $-280^\circ/s \leq X_2 \leq 280^\circ/s$.

Como mostrado na figura 4, a variável u representa a força, tendo como limites $-3200N \leq u \leq 3200N$.

As funções de pertinência para X_1 e X_2 foram definidas da seguinte maneira: para X_1 foram sete funções sendo elas, Positivo Muito Grande (PMG), Positivo Grande (PG), Positivo (P), Zero (Z), Negativo (N), Negativo Grande (NG) e Negativo Muito Grande (NMG). Já para X_2 foram criadas cinco funções de pertinência sendo elas, Positivo Grande (PG), Positivo (P), Zero (Z), Negativo (N) e Negativo Grande (NG). Para o vetor das variáveis de força foram criadas nove funções, Positivo Muito Muito Grande (PMMG), Positivo Muito Grande (PMG), Positivo Grande (PG), Positivo (P), Zero (Z), Negativo (N), Negativo Grande (NG), Negativo Muito Grande (NMG) e Negativo Muito Muito Grande (NMMG). A figura 6 demonstra graficamente essas funções de pertinência.

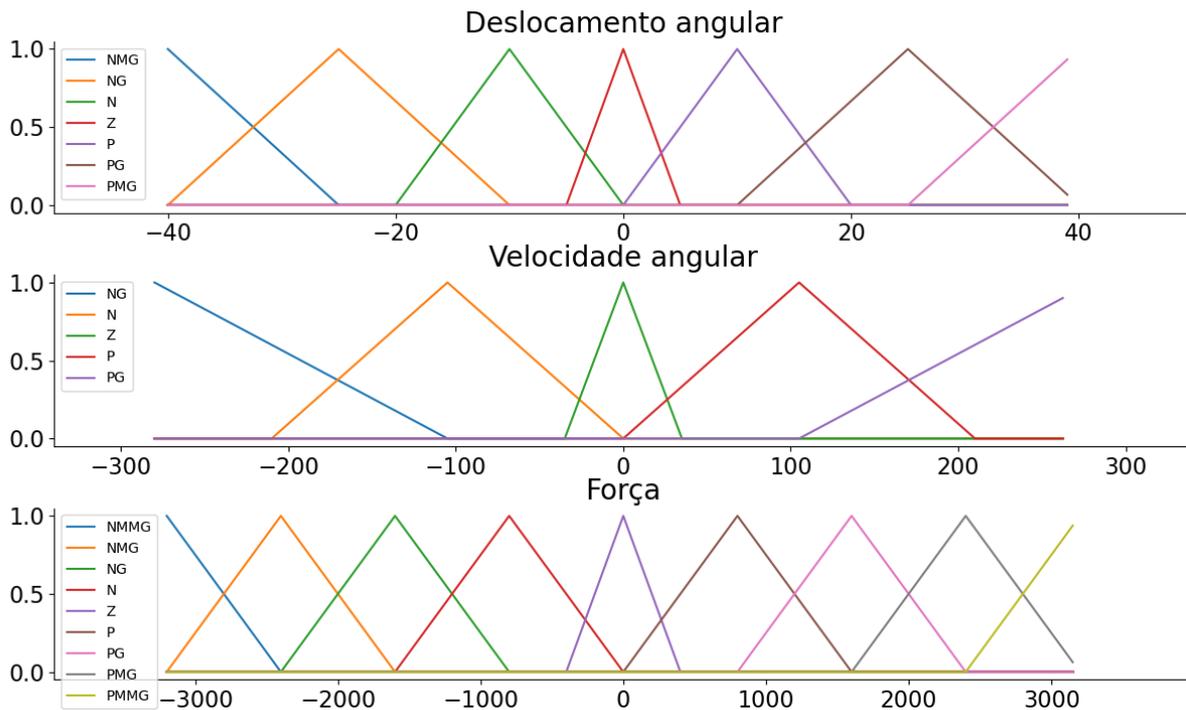


Figura 6: Funções de pertinência do problema.

Para o caso em estudo foram propostas trinta e cinco regras, mostradas na tabela 4, que associam os parâmetros de entrada, deslocamento e velocidade angular, com a ação de controle.

Tabela 4: Base de regras utilizadas para inferência.

Entradas	PG	P	Z	N	NG
PMG	PMMG	PMMG	PMG	PG	P
PG	PMMG	PMG	PG	P	Z
P	PMG	PG	P	Z	N
Z	PG	P	Z	N	NG
N	P	Z	N	NG	NMG
NG	Z	N	NG	NMG	NMMG
NMG	N	NG	NMG	NMMG	NMMG

Nas entradas, os itens que estão na vertical representam o ângulo do pêndulo (X_1) e os que estão na horizontal representam a velocidade angular (X_2). Fazendo uma interseção entre as variáveis de entrada é possível obter os valores da força, como por exemplo, na primeira regra a interseção entre o ângulo do pêndulo PMG e a velocidade angular PG ocorre a ativação da força PMMG. No entanto, por se tratarem de conjuntos nebulosos, é necessário lembrar que há um grau de pertinência associado além de múltiplas sobreposições, não permitindo uma definição única e imediata, apenas utilizando a tabela da base de regras.

Durante a última etapa, no processo de defuzzificação, é necessário fazer a inferência, sendo essa a comparação de duas funções de pertinência, retornando um vetor com os elementos máximos. Depois de feito esta etapa o próximo passo é fazer novamente algumas comparações entre o valor da inferência obtido e a força ativada de cada regra.

Neste problema foi utilizado o método Mamdani com o cálculo do centróide. Adaptando o problema proposto o resultado da defuzzificação fica sendo a força final, $x_{força}$ é a variável de saída e a inferência é a função de pertinência depois da acumulação ou o conjunto nebuloso. Tanto o modelo dinâmico representativo do pêndulo invertido simples quanto o controlador nebuloso foram implementados computacionalmente utilizando a linguagem Python 3.7. Foram necessárias algumas bibliotecas numéricas e para manipulação de dados como NumPy e Pandas, assim como de visualização Seaborn e Matplotlib. O controlador nebuloso utilizou a biblioteca Skfuzzy.

5. RESULTADOS

Os resultados foram obtidos variando os valores de comprimento até o centro do pêndulo, sendo eles, $0.5m$, $1.0m$, $1.5m$ e $2.0m$. Na figura 7 são apresentadas as respostas do sistema do pêndulo simples.

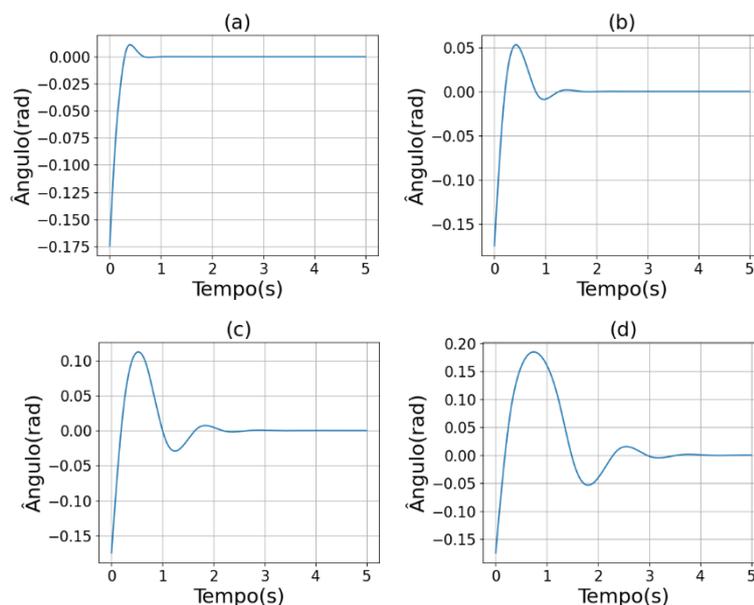


Figura 7: Respostas para $l = 0.5m$ (a), $l = 1.0m$ (b), $l = 1.5m$ (c) e $l = 2.0m$ (d).

Para a massa do pêndulo e do carrinho foi atribuído $m = 0.3kg$ e $M_c = 1.5kg$. Além disso, as condições iniciais foram de $\theta = -10^\circ$ e $\dot{\theta} = 60^\circ/s$.

É possível observar que à medida que os valores de l aumentam o atraso de tempo até que o ângulo permaneça extremamente próximo de zero cresce. Isso demonstra que o sistema fica mais difícil de se controlar quando esses valores são grandes. Assim sendo, para manter o controlador funcional, sem que seja necessário ajustar as funções de pertinência, é recomendado que o comprimento até o centro do pêndulo tenha valores baixos.

6. CONCLUSÃO

Esta contribuição buscou fazer uma revisão básica dos conceitos de um controlador nebuloso e sua aplicação em um estudo de caso clássico voltado para a área de controle. Quanto aos resultados do estudo de caso apresentado, o controlador obteve sucesso na obtenção do equilíbrio do pêndulo invertido para diversas configurações apresentadas, assim como recomendações puderam ser obtidas baseadas em suas respostas. Os resultados das simulações demonstraram que o controlador obteve sucesso em manter o pêndulo na posição vertical e que valores menores de comprimento até o centro são mais fáceis de controlar. Uma outra conclusão mais geral é que neste estudo foi utilizado um modelo computacional, e portanto, a necessidade de sua modelagem numérica. No entanto, um controlador nebuloso aproximado pode ser desenvolvido para o mesmo problema sem a formulação matemática da planta num ambiente de planta industrial real com diversos parâmetros e relações, e por tentativas e erros, tornando a modelagem nebulosa uma opção ao tradicional controlador PID. Sugere-se inicialmente, em um ambiente com pouco conhecimento, o estabelecimento de conjuntos nebulosos de função triangular e a tripla Máximo-Mínimo-Negação Usual, e com o estabelecimento de maior conhecimento do ambiente de respostas, construir conjuntos nebulosos mais refinados e em maior quantidade, possibilitando maior refinamento na base de regras.

7. REFERÊNCIAS

A SHORT Fuzzy Logic Tutorial. 2010. Disponível em: <http://cs.bilkent.edu.tr/~zeynep/files/short_fuzzy_logic_tutorial.pdf>. Acesso em: 24 jun. 2021.

ABAR, C.Fuzzy. 2004. Disponível em: <<https://www.pucsp.br/~logica/Fuzzy.htm>>. Acesso

em: 23 jun. 2021.

ALMEIDA, Paulo Eduardo Maciel de; EVSUKOFF, Alexandre Gonçalves. Sistemas Fuzzy. Disponível em: <https://www.cin.ufpe.br/~tbl/Aulas/SI/livro_fuzzy.pdf>. Acesso em: 23 jun. 2021.

BARELLA, B. P.; REZENDE, S. W. F.; ROSA, R. G.; OLIVEIRA, R. M.; MOURA JR, J. R. V.. Damage classification in impedance-based SHM by the use of Fuzzy Logic. In: 25th International Congress of Mechanical Engineering, 2019. **Proceedings of the 25th International Congress of Mechanical Engineering**.

BECERIKLI, Yasar; CELIK, B. Koray. Fuzzy control of inverted pendulum and concept of stability using Java application. **Mathematical and Computer Modelling**, n. 46, p. 24–37, 2007.

BURDEN, R. L.; FAIRES, J. D. **Numerical Analysis**. 9. ed. Boston: Brooks/Cole, 2011.

FENG, S.; CHEN, C. P. Fuzzy broad learning system: A novel neuro-fuzzy model for regression and classification. **IEEE Transactions on Cybernetics**, v. 50, n. 2, p. 414–424, 2020.

FREITAS, F.A., JAFELICE, R.M., SILVA, J.W. et al. A new data normalization approach applied to the electromechanical impedance method using adaptive neuro-fuzzy inference system. **J Braz. Soc. Mech. Sci. Eng.** 43, 475 (2021). <https://doi.org/10.1007/s40430-021-03186-z>

GOLDSCHMIDT, R. R. **Uma Introdução à Inteligência Computacional**: fundamentos, ferramentas e aplicações. 1. ed. Rio de Janeiro: Instituto Superior de Tecnologia do Rio de Janeiro, 2010.

KLEMENT, E. P.; SLANY, W. **Fuzzy Logic in Artificial Intelligence**. Vienna, Austria, 1994.

MENDEL, J.M. Fuzzy logic systems for engineering: a tutorial. **Proceedings of the IEEE**, v. 83, n. 3, p.345–377, 1995.

MOURA JR, J. R. V.; PARK, Seunghee ; STEFFEN JÚNIOR, Valder ; INMAN, Daniel J. . Fuzzy Logic Applied to Damage Characterization through SHM Techniques. In: IMAC-XXVI: Conference & Exposition on Structural Dynamics, 2008, Orlando-FL-USA. **IMAC-XXVI: Conference & Exposition on Structural Dynamics, 2008**.

ROSS, T. J. **Fuzzy Logic with Engineering Applications**. 3. ed. Reino Unido: John Wiley & Sons Ltd,2010. ISBN 978-0-470-74376-8.

SARAIVA, G. J. de P. Lógica fuzzy. v. 17, 2000.

SLOTINE, J.; LI, W. **Applied Nonlinear Control**. New Jersey: Prentice Hall, 1991.